

# İLKÖĞRETİM 8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DEĞİŞKEN KAVRAMININ ÖĞRENİMİNDEKİ HATALARI VE KAVRAM YANILGILARI

Yüksel DEDE<sup>1</sup>, H.İbrahim YALIN<sup>2</sup>, Ziya ARGÜN<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi  
Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, ANKARA

<sup>2</sup> Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi, Bilgisayar Teknolojileri Bölümü, ANKARA

## ÖZET

Değişken kavramı matematiğin en önemli kavramlarından birisidir. Bu nedenle, değişken kavramının iyi öğrenilememesi / öğretilmemesi durumu, ileri matematiksel kavramların öğrenimi / öğretimi sırasında büyük zorlukların yaşanmasına neden olmaktadır. Bu araştırmanın amacı, İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları ortaya koymaktır. Araştırmanın örneklemini, 2001-2002 öğretim yılında Ankara'daki özel bir dershanenin Fen ve Anadolu Liseleri Giriş Sınavı Hazırlık Kursları'na giden ilköğretim 8. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri, alt maddeleriyle birlikte toplam 26 adet açık uçlu soru ve bu sorulara ilişkin 15 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilmiştir. Mülakatlar, her bir öğrenci için yaklaşık 20-25 dakika sürmüştür. Elde edilen verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları aşağıdaki şekilde sınıflandırmak mümkündür: 1) Değişkenin farklı kullanımlarını bilememe, 2) Değişkenin genelleme yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olamama, 3) Değişkenin matematiğin alt bilim dallarındaki temsil yeteneğini bilememe ve yorumlayamama, 4) Matematikte daha önceden öğrenilen bilgilerin yanlış transferi, 5) Değişken kavramıyla ilgili işlem yapabilme yetersizliği.

## 1. GİRİŞ

Cebir, yalnızca matematikte değil hayatın her alanında ve her aşamasında çok önemli bir konuma sahiptir. Günlük olaylarda karşılaşılabileceğimiz problemlerin çözümlerinden, başka bilimlerdeki problemlerin çözümlerine kadar her yerde cebir ve cebirsel düşünce kullanılmaktadır. Sfard (1995), cebiri genel hesaplama bilimi olarak tanımlarken, Kieran (1992) ise cebirin, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri ile işlemlerin işareti gibi konuları sembolize eden matematiğin bir branşı olduğunu ve sadece harf semboller ile nicelikleri ve sayıları temsil eden değil aynı zamanda bu sembollerle hesapta yapılabilen bir araç olduğunu belirtmiştir. Cebir için Lacampagne (1995), "Cebir matematiğin dilidir. O, temel cebirsel kavramların tam öğrenilmesi durumunda, ileri matematiksel konular için kapılar açar. O, öğrenilememesi durumunda üniversite ve teknolojiye dayalı kariyer kapılarını kapatır ..." demiştir (s.237).

Bu kadar önemli bir konumda olan cebir ve cebir öğretiminin temelinde ise değişken kavramı yatmaktadır. Değişken kavramı, ilkokuldan-üniversiteye kadar matematiğin en önemli kavramlarından birisidir (Hirsch & Lappan, 1989; Philipp, 1992). Aritmetiğin temel kavramı sayı kavramı iken cebir ve bütün yüksek matematiğin temeli değişken kavramıdır. Sayılar, kümeler üzerindeki işlemlerin tanımlarını özetleme imkanı verirken, değişkenler kümeler arasındaki ilişkileri tanımlama imkanı verirler. Değişkenler, çok geniş bir içeriğe sahip yüksek matematiğin, temel fonksiyonları, denklemleri ve kompleks örnekleriyle çalışma imkanı verirler (Wagner, 1981). Değişken kavramının anlaşılması, aritmetikten cebire geçiş ve ileri matematiğin anlamlı kullanımı için bir temel sağlar (Arcavi ve Schoenfeld, 1988; Ursini ve Trigueros, 2001). Rajaratnam, değişken kavramının bulunmasını, matematik tarihinin dönüm noktası olacak kadar önemli bir olay olarak nitelendirmektedir (Aktaran: Philipp, 1992). Betz ise "Cebir sembolleri, cebir için övünç kaynağıdır. Fakat aynı zamanda semboller, cebirin beddua kaynağıdır da" (Aktaran: Sasman, Linchevski ve Olivier, 1997) diyerek bu konuya farklı bir açıdan dikkat çekmek istemiştir.

Araştırmalar, değişken kavramının bu kadar önemli olmasına rağmen öğrencilerin özellikle de cebirsel ifadelerde kullanılan sembolleri anlamakta zorlandıklarını göstermektedir (Davidenko, 1997;

Demana, 1990; English ve Warren, 1998; Küchemann, 1981; Philipp, 1992; Rosnick, 1981; Macgregor ve Stacey, 1997; Wagner, 1983). Değişken kavramı, sınıflarda çok nadir olarak tartışılmaktadır. Bu durumda, öğrencilerin bu kavramı yeterli düzeyde öğrenmelerine engel olmaktadır. Arcavi ve Schoenfeld (1988) bu konuyla ilgili olarak, “Değişken kavramı, aritmetikten cebire geçiş için temeldir. Kavram bu önemine rağmen çoğu matematik müfredatında basit bir terim olarak görülür ve birkaç örnekle geçiştirilir...” demişlerdir. Ayrıca, harf sembollerin kullanımındaki belirsizlikler de, öğrencilerin bu kavramı anlamalarında zorluğa neden olmaktadır. Cebirde, farklı durumlardaki farklı nicelikleri temsil için aynı harfler kullanıldığı gibi, aynı durumlardaki aynı nicelikler farklı harflerle temsil edilebilir. Bu durum ise öğrencilerin bu kavramı algılamalarında karışıklığa neden olmaktadır. Ayrıca, öğrencilerin değişken kavramını anlamadaki zorluklarının çoğunun cebirsel bilgi eksikliğinden ziyade aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını ortaya koyan bir çok araştırma da mevcuttur. (Gray ve Tall, 1994; Linchevski ve Livneh, 1999; Philipp ve Schappelle, 1999; Slavit,1999).

## **2. ARAŞTIRMANIN AMACI VE YÖNTEM**

### **2.1. Örneklem**

Bu çalışmaya, Ankara İl Merkezi’ndeki özel bir dershanenin Fen ve Anadolu Lisesi Hazırlık Kursları’na devam eden İlköğretim 8.sınıf düzeyindeki 120 öğrenci katılmıştır.

### **2.2. Araştırma Problemi**

Öğrencilerin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamalar nelerdir?

### **2.3. Veri Toplama Araçları**

Öğrencilerin, değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları belirlemek için açık uçlu türde hazırlanmış alt maddeleriyle birlikte toplam 26 sorudan oluşan “Değişken Kavramı Hata ve Yanlış Anlamaları Belirleme Testi” kullanılmıştır. Testteki sorular, uzmanlarla yapılan görüşmelerden elde edilen bilgiler ve CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science) ve SESM (Strategies and Errors in Secondary Mathematics) projeleri kapsamında kullanılan sorular ile Sasman, Linchevski ve Olivier (1999) ve Stacey ve Macgregor (2000) tarafından hazırlanan sorulardan da yararlanılarak hazırlanmıştır. Testte, ilk önce değişken kavramının öğrenimindeki hata ve yanlış anlamaları belirlemede yardımcı olacağı düşünülen alt maddeleriyle beraber 32 madde yazılmıştır. Daha sonra, iki matematik öğretmeninin, matematik alanında uzman iki öğretim üyesinin, eğitim bilimleri ve SPSS kullanımında uzman iki öğretim üyesinin görüşleri alınarak, test bazı soruları alt maddeler içermek üzere 17 adet sorudan oluşmuştur. Bu alt maddelerle beraber test toplam 26 maddeden oluşmuştur. Testin kapsam geçerliği için davranışları belirleme aşamasında sözü edilen uzman görüşleri yeterli görülmüştür. Testin güvenilirliğini ölçmek için ise bu test ilk önce örnekleme öğrenci grubunun özelliklerine eşdeğer 120 öğrenciye uygulanmış ve testin Spearman-Brown katsayısı 0,82 olarak hesaplanmıştır. Test bu haliyle Ankara’daki özel bir dershanenin Fen ve Anadolu Liseleri Giriş Sınavı Hazırlık Kursları’na devam eden İlköğretim 8. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Testin uygulanma süresi ise 50 dakikadır. Ayrıca değişken kavramının öğreniminde yapılan hata ve yanlış anlamaların çeşidini ve özelliklerini daha ayrıntılı bir şekilde belirlemek için 15 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Mülakat yapılan öğrencilerin isimleri güvenilirlik amacıyla verilmemiştir. Mülakatların başlangıcında, mülakat yapılan her bir öğrenciye mülakatın amacı açıklanmıştır. Mülakatçı tarafından mülakat süresince, “açıkla”, “nasıl?”, “niçin?” gibi ifadeler kullanılarak öğrencilerin sorulan sorulara yönelik bilgilerinin detaylı bir şekilde alınmasına çalışılmıştır. Bu mülakatların süresi, her bir öğrenci için 20-25 dakika olup öğrenci cevapları daha sonra analiz edilmek üzere teyp kasetlerine alınmıştır.

## **3. BULGULAR**

Değişken Kavramı Hata Belirleme Testinin puanlaması, doğru cevaplar için 1 puan, yanlış cevaplar ve cevapsız bırakılan sorular için ise 0 puan verilerek yapılmıştır. Bu puanlamada, öğrencilerin soruyu kavramsal olarak anlamalarına bakılmış, işlemsel hatalar sonucu yaptıkları yanlışlıklar doğru olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin özellikle, 2b, 3,5,6,8a,8c,8d,9,10,11,12,13c,14,15,16,17.sorularda, diğer sorulara göre daha fazla yanlış yaptıkları görülmüştür. Aşağıda, öğrencilerin bu sorulardan bazılarına verdikleri cevaplarla ilgili açıklamalara ve bazı öğrencilerle yapılan mülakatlara yer verilmiştir.

**2.Soru:** Aşağıdaki işlemleri yapınız?

**a)**  $5x + 8x = ?$    **b)**  $2 + 5x = ?$

2b sorusu, öğrencilerin bir içerikte bir harfi değerlendirebilme durumunu ölçmekte olup öğrencilerin 2b sorusuna öğrencilerin % 60,0'ı yanlış cevap verirken % 11,7'i boş bırakmıştır. Halbuki aynı tarzda sorulan 2a sorusuna ise öğrencilerin yalnızca % 7,5'i yanlış cevap verirken sadece %1,7'i soruyu cevaplamamıştır. Mülakat yapılan öğrencilerden ise yalnızca bir tanesi, bu sorunun hem a hem de b şıklarını doğru yapmıştır. Bu durum bir çelişki gibi gözükmesine rağmen aslında öğrencilerin bir içerikte değişik şekillerde kullanılan harfi (sembol) bilmediklerini göstermektedir. Ayrıca, öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun bu soruların çözümünü bulurken (başka sorularda da), "eşitlik işareti" içeren ifadeleri gördüklerinde, eşitliğin diğer tarafında herhangi bir sayı olmamasına rağmen bir sayı (sıfır) varmış gibi düşündükleri görülmüştür. Bu duruma bir örnek olması için Dikmen bölgesindeki bir ilköğretim okulunda okuyan öğrencilerden birisinin  $2 + 5x = ?$  sorusuna verdiği cevap yan tarafta verilmiştir:  $2 + 5x = \frac{5x}{5} = \frac{-2}{5}, x = \frac{-2}{5}$

Anıttepe bölgesindeki bir ilköğretim okulunda okuyan öğrencilerden biriyle bu sorunun çözümüne yönelik yapılan mülakat aşağıda verilmiştir:

**Mülakatçı:**  $5x + 8x = ?$  bu işlemin sonucu neye eşittir? Sence...

**Öğrenci:** Bu işlemin sonucu (sessizlik) bence  $13x$  dir.

**Mülakatçı:** Yaz. Peki niye  $13x$  dedin?

**Öğrenci:** Çünkü,  $x$  bilinmeyen sayı, ...

**Mülakatçı:** Evet.

**Öğrenci:** 5 ile 8 i toplarız.

**Mülakatçı:** Peki,  $2 + 5x$  yaz.

**Öğrenci:**  $2 + 5x$

**Mülakatçı:**  $2 + 5x$  bu nedir?

**Öğrenci:** Bu da  $7x$  dir. (Tekrar)  $7x$  dir. Çünkü, ...

**Mülakatçı:** Evet, açıkla,...

**Öğrenci:** Çünkü, 2 nin değeri yoktur. 2 nin  $x$  ' i yoktur. O'nu direkt 5 ile toplarız, 5 in yanındaki  $x$  'i de 7 nin yanına yazarız  $7x$  olur.

**Mülakatçı:** Bir önceki soruyla, bunun arasında bir fark var mı? Burasında ( $x$  ' i göstererek)...

**Öğrenci:** Var.

**Mülakatçı:** Ne fark var?

**Öğrenci:** Sadece, 2 nin önünde  $x$  yok.

**Mülakatçı:** Onun olup olmaması bir şey değiştirmiyor o zaman...

**Öğrenci:** Evet, değiştirmez.

**3 Soru:** Size göre "değişken" kelimesinin anlamı nedir? Bu kelime matematikte nasıl kullanılır? Bir örnek veriniz?

Bu soruyla öğrencilerin, "değişken" kelimesinin anlamına ve matematikte nasıl kullanıldığına yönelik fikirleri belirlenmek istenmiştir. Aslında, İlköğretim 7. sınıf matematik müfredatında (denklemlerde) harf semboller, "değişken ve değişkenler arası ilişkilerden" ziyade "bilinmeyen kavramı" ile ifade edilmekte ve bu şekilde öğretilmektedir. Fakat son yıllarda, bazı ülkelerde (Güney Afrika) bu yaklaşımdan vazgeçilmektedir. Bunun yerine, denklemlerde "bilinmeyen" olarak görülen harf sembolleri, "değişken ve değişkenler arası ilişkiler" olarak görme yaklaşımı ön plana çıkmaktadır. Harf sembollerin öğretimine yönelik bu yeni yaklaşımla, "bilinmeyen" olarak öğretilen harf sembollerden "değişken ve değişkenler arası ilişkiler" olarak öğretilen harf sembollere geçiş için gerekli öğretim motivasyonunun sağlanacağı öngörülmektedir. Daha da önemlisi, bu yaklaşım sayesinde matematiğin merkez kavramı olan fonksiyon kavramının öğrenciler tarafından anlaşılmasının daha kolay olabileceği ve öğrenilmesindeki zorlukların giderilebileceği düşünülmektedir ("Reconceptualising School Algebra", 1997; Wheatley, 1995). Bu nedenle bu çalışmada, değişken kavramına geniş bir perspektiften bakma ihtiyacı duyulmuştur. Öğrencilerin bu konuya bakış açılarını belirlemek için de bu tür bir soru sorulmuştur. Bu soruya, sadece 7 öğrenci doğru cevap verebilmiştir. Öğrencilerin, değişken kavramını, değişme özelliğiyle karıştırdıkları görülmüştür. Ayrıca, dört işlem (çarpma, bölme, toplama, çıkarma) arasındaki geçişlerde ve mutlak değer işaretiyle ilgili ifadelerle de yapılan işlemleri değişken olarak düşündükleri görülmüştür. Bu

duruma bir örnek olması için, Pursaklar bölgesindeki bir ilköğretim okulunda okuyan öğrencilerden biriyle bu soruya ilişkin yapılan mülakat aşağıda verilmiştir:

**Mülakatçı:** Değişken nedir sence?

**Öğrenci:** Sayıların değişimi. Örneğin, paydaları eşit olmazsa eşitlemek.

**Mülakatçı:** Değişken! (üzerine basarak vurgulu bir ses tonuyla). Size göre değişken kelimesinin anlamı nedir?

**Öğrenci:** Sayının, toplama, çıkarma, çarpma, bölme,...

**Mülakatçı:** Peki, matematikte bu şekilde mi kullanılıyor?

**Öğrenci:** Ben öyle düşünüyorum.

**Mülakatçı:** Matematikte bu şekil kullanılıyor diyorsun? Bir örnek verir misin? Yaz.

**Öğrenci:** Mesela,  $2 \times 10$ , ...

**Mülakatçı:** Evet.

**Öğrenci:**  $\frac{10}{2}$  dir ( $2 \times 10 = \frac{10}{2}$  yazdı).

**14.Soru:** Bir sayı düşününüz. Bu sayıyı 8 ile çarpınız, bulduğunuz sayıdan 3 çıkarınız ve yeni bulduğunuz sonucu 3'e bölünüz. Bulduğunuz sonuç, ilk düşündüğünüz sayının 2 katı olduğuna göre düşündüğünüz sayı nedir?

Bu soru, buradaki sorular içerisindeki en ilginç soru tiplerinden birisidir. Çünkü, bu soru öğrencilerin verilen bir problemin çözümüne değişken kullanarak yaklaşabilme yeteneğini ölçmektedir. Bu nedenle, bu sorunun cevabı 1,5 şeklinde ayarlanmış ve öğrencilerin aritmetiksel işlemler kullanarak soruyu çözmeleri çok zor hale getirilmiştir. Öğrenciler, burada cebirsel işlem yapmaya yani değişken kullanılmaya yöneltilmiştir. Fakat buna rağmen, öğrencilerden 31 tanesi (tam olarak çözümü yapamayıp soruya uygun denklem kurabilenlerde dahil) cebirsel yöntem kullanmışlardır. Burada bir örnek olması için Çankaya ilçesindeki bir ilköğretim okulunda okuyan öğrencilerden biriyle bu sorunun çözümüne yönelik yapılan mülakat aşağıda verilmiştir:

**Öğrenci:** Bir sayı düşünürüm (sessizce) ben onda (sınavı kastederek) 5 düşünmüştüm ama çıkmadı sonuç.

**Mülakatçı:** Peki, buradaki mantık, bir sayıyı tutturmak mı önemli. Yani, 5'i tuttun olmadı, 3'ü tutsan belki olur mu?

**Öğrenci:** Öyle yapmıştım, sonra onu ben 6 yaptım.

**Mülakatçı:** Yani, çözümü böyle 5 olmadı 6, 6 olmadı 7,..., öyle mi yapmayı düşünüyorsun?

**Öğrenci:** Evet, öyle yapmayı düşünüyorum.

**Mülakatçı:** Peki, başka bir şey olabilir mi?  $x$ 'i,  $y$ 'yi,  $z$ 'yi kullanarak yapabilir misin?

**Öğrenci:** (Başını sallayarak) ee... (düşünüyor)

**Mülakatçı:** Yani, olur mu sence, yoksa ben bilmiyorum mu diyorsun. Öyle de yapılabilir mi?

**Öğrenci:** (Sessizce, titrek bir sesle) Öyle de yapılabilir de...

**Mülakatçı:** Nereden biliyorsun, yapılabileceğine dair hiçbir fikrin yoksa...

**Öğrenci:**  $x$ 'i 8 ile çarparsak (sessizlik)..., ben yapamam.

**Mülakatçı:** Sence denklem kurandıktan çözüm var mı?

**Öğrenci:** Bence yoktur,  $x$ 'i bilmediğimiz için.

**Mülakatçı:**  $x$ 'i bilmediğimiz için mi?

**Öğrenci:** Evet.

#### 4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmadan elde edilen veriler, öğrencilerin değişken kavramının anlamını bilmediklerini ve bu kavramın ne işe yaradığını anlamadıklarını göstermektedir. Özellikle de öğrencilerin değişken kavramı yardımıyla genelleme ve soyutlama yapamadıkları görülmüştür. Değişkenin farklı kullanımlarının öğrenciler tarafından bilinmemesi ve öğrencilerin aritmetik işlem bilgisi eksiklikleri de bu kavramın öğreniminde öğrencilerin zorlanmalarının nedenlerinden birisi olarak ortaya çıkmaktadır. Özellikle öğrencilerle yapılan mülakatlardan elde edilen veriler, öğrenciler tarafından değişken kavramının ne şekilde algılandığını çok açık bir şekilde ortaya koymaktadır. Değişken kavramının matematik müfredatı içindeki yeri ve önemi düşünüldüğü zaman bu durumun yol açabileceği vahim sonuçlar eğitimciler tarafından kolaylıkla tahmin edilebilir. Değişken kavramının özellikleri ve farklı kullanımları öğretmenler tarafından öğrencilerine ne kadar iyi kavratılabilir ve öğretilirirse araştırmacılar tarafından öğrencilere kabus gibi geldiği belirlenen bu kavram öğrenciler için o derece

güzel bir görünüme sahip olabilir. Bu çalışma sonucunda şunları önerebiliriz: 1)Değişken kavramının öğretimine başlanmadan önce, öğrencilerin aritmetik işlem bilgisi eksikliklerinin giderilmesi gerekir. 2) Öğretmenlerin, değişken ile sabit arasındaki farklılığı ortaya koymaları, öğrencilerin değişken kavramını anlamalarını kolaylaştırabilir.3) Öğretmenlerin değişken kavramının öğretimini, bu kavramın farklı kullanımlarını dikkate alarak tasarımları gerekmektedir. 4) Öğretmenlerin değişken kavramının öğretimini, değişken kavramının bulunduğu içeriğe göre farklı anlamlar kazanabileceğini ortaya çıkaracak şekilde tasarımları gerekir.5) Öğretimin, matematiksel problemlerin özellikle de matematiksel sözel problemlerin çözümlerinin, her zaman aritmetiksel işlemler yardımıyla bulunamayacağını gösterileceği şekilde tasarlanması gerekir. Bu noktadan sonra, bu tip problemlerin çözümlerinin bulunmasında değişken kullanımının öneminden bahsedilebilir. 6) Öğretmenler harf sembollerin, öğrenciler tarafından ürkütücü ve korkutucu bir görünüme sahip olarak görüldüğünün bilincinde olmalı ve öğretimlerini de bu bilinçle tasarlamalıdır.

#### **KAYNAKÇA**

- Arcavi, A.ve Schoenfeld, A.(1988).On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*. Sept. 420-427.
- Davidenko, S. (1997).Building the concept of function from students' everyday activities. *The Mathematics Teacher*. February, 90 (2), 144-149.
- Lacampagne, C., Blair, W. ve Kaput, J.(Ed.). (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. *The algebra initiative colloquium*. 2, 237-242: C. Lacampagne.
- Gray, E. ve Tall, D.(1994). Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic, *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 115-141
- Hirsch, C. ve Lappan, G. (1989). Transition to high school mathematics. *Mathematics Teacher* 82, November, 614-618.
- Grouws, D.(Ed.).( 1992).The learning and teaching of school algebra. *Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning*. Macmillan Library Reference, New York, 390- 419: Carolyn Kieran.
- Hart, K.(Ed.). (1981). Algebra. *Children's Understanding Mathematics: 11-16*, London: Dietmar Küchemann.
- Kaput, J.(Ed.) (1995). Early Algebra. *Thinking in Variables*.<<http://www.simcalc.umassd.edu/NewWebsite/EADownloads/Wheatley.pdf>>, (2001, September 29): Wheatley, Grayson.
- Livneh, D. ve Linchevski, L.(1999). Sctructure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics* 40, 173-196.
- Macgregor, M. ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation : 11-15, *Educational Studies in Mathematics* 33, 1-19.
- Sasman, M.; Linchevski, L.ve Olivier, A. (1997). Reconceptualising school algebra, algebra rationale. <<http://www.sun.ac.za/MATHED/HED/Rational.pdf>> (2001, September 25).
- Sasman, M.; Linchevski, L.ve Olivier, A. (1999). The influence of different representations on children's generalisation thinking processes. *Proceedings Of The Seventh Annual Conference Of The Southern African Association For Research in Mathematics and Science Education, Harrare, Zimbabwe*, 406-415.
- Philipp, R.(1992). The many uses of algebraic variables, *The Mathematics Teacher*, 85 (7), 557-561.
- Rosnick, P.(1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. *Mathematics Teacher*. September 418- 420, 451.
- Schappelle, B.; Philipp, R. (1999). Algebra as generalized arithmetic: starting with the known for a change. *The Mathematics Teacher*. April 92 (4), 310-316.
- Sfard, A.(1995). The development of algebra: confront historical and psychological perspectives. *Journal Of Mathematical Behavior*. 14, 15-39.
- Slavit, D.(1999). The role of operation sense in transition from arithmetic to algebraic thought; *Educational Studies in Mathematics* 37, 251-274.
- Ursini, S ve Trigerous, M. (2001). A model for the uses of variable in elementary algebra. *Proceedings of the XXV PME International Conference. Utrecht, Neatherlands*. 4, 327-334.
- Wagner,S.(1981).An analitical framework for mathematical variables.*PME Grenoble,France* 165-170.
- Wagner, S. (1983). What are these things called variables?, *Mathematics Teacher*. October 474-478.
- Warren, E. ve English, L. (1998). Introducing the variable through pattern exploration, *The Mathematics Teacher*. February 91(2), 166-170.